



Semana Base 2021.1

Análise Dimensional

Análise Dimensional

- Análise dimensional não é uma matéria de fato, mas é um assunto que nos auxilia a compreender melhor algumas transformações, principalmente de unidades!
- Assim, existem sete unidades/grandezas fundamentais, definidas pelo Sistema Internacional de Unidades (SI), das quais todas as outras são definidas:

Grandezas	Massa	Tempo	Comprimento	Temperatura	Quantidade de Substância	Corrente Elétrica	Intensidade Luminosa
Unidades	Quilo (kg)	Segundo (s)	Metro (m)	Kelvin (K)	Mol (mol)	Ampere (A)	Candela (cd)

- Tirando a intensidade luminosa, todas as outras grandezas serão muito utilizadas neste ano! E vamos, geralmente, utilizar essas unidades, porque são as “unidades-padrão”!!

Trabalhando as unidades

- Tudo bem, mas como que trabalhamos com essas unidades? Vamos tratá-las como as incógnitas (x, y, etc.) das equações matemáticas. Então, por exemplo, conseguimos determinar as unidades de outras grandezas a partir daquelas sete! Na apostila base eu coloquei o exemplo da velocidade média (V_m):

$$V_m = \Delta S / \Delta t \rightarrow \text{em que } S \text{ é espaço e } t \text{ é tempo}$$

- Como a velocidade média é definida pela divisão entre a variação de espaço e a variação de tempo, a unidade final vai ser a divisão das unidades de espaço e tempo! Para fazer essa representação, costumamos utilizar os colchetes “[]” para mostrar que estamos falando de uma unidade:

$$[\text{Velocidade média}] = [\text{Variação de espaço}] / [\text{Variação de tempo}]$$

$$[\text{Velocidade média}] = \text{m/s}$$

- Descobrimos, então, que a unidade da velocidade média é metro por segundo (m/s) no SI, mas poderia ser também quilômetro por hora (km/h), ou polegadas por milissegundo (in/ms), por exemplo.

Princípio da Homogeneidade

- Bom, já que podemos tratar as unidades como na matemática, deve haver alguma regra, ou fórmula, certo? Sim, existe o Princípio da Homogeneidade!!
- Esse princípio diz que:

“Toda equação que envolva grandezas deverá ser homogênea.

Ou seja, o resultado da combinação de unidades de um lado deve ser igual ao outro”
- Ele serve, por exemplo, para descobrirmos a unidade de uma constante, ou para determinarmos a conversão de unidades dentro de uma equação.
- Importante ressaltar que os números absolutos (1, 2, 3, etc.) não mudam as unidades, porque são adimensionais (“sem dimensão” = sem unidade). Algumas grandezas também são adimensionais, como a Concentração massa/massa, porque ela divide massa por massa, então as unidades se cancelam.

Astrônomos medem a velocidade de afastamento de galáxias distantes pela detecção da luz emitida por esses sistemas. A Lei de Hubble afirma que a velocidade de afastamento de uma galáxia (em km/s) é proporcional à sua distância até a Terra, medida em megaparsec (Mpc). Nessa lei, a constante de proporcionalidade é a constante de Hubble (H_0) e seu valor mais aceito é de 72 (km/s)/Mpc. O parsec (pc) é uma unidade de distância utilizada em astronomia que vale aproximadamente 3×10^{16} m. Observações astronômicas determinaram que a velocidade de afastamento de uma determinada galáxia é de 1.440 km/s.

Utilizando a Lei de Hubble, pode-se concluir que a distância até essa galáxia, medida em km, é igual a:

- a) 20×10^0
- b) 20×10^6
- c) 6×10^{20}
- d) 6×10^{23}
- e) 6×10^{26}

$$V = H_0 \times d \rightarrow 1440 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{s} \times \text{Mpc}} \times d$$

$$d = \frac{1440}{72} \times \left[\frac{\text{km}}{\text{s}} \right] \div \left[\frac{\text{km}}{\text{s} \times \text{Mpc}} \right]$$

$$d = 20 \times \frac{\text{km} \times \text{s} \times \text{Mpc}}{\text{km} \times \text{s}} = 20 \text{Mpc}$$

$$1 \text{Mpc} = 10^6 \text{pc} = 10^6 \times 3 \times 10^{16} \text{m} \rightarrow 1 \text{Mpc} = 3 \times 10^{22} \text{m} = 3 \times 10^{19} \text{km}$$

$$d = 20 \times 3 \times 10^{19} \text{km} = 60 \times 10^{19} \text{km}$$

$$d = 6 \times 10^{20} \text{km}$$

Duas grandezas físicas ε e μ relacionam-se por meio da seguinte expressão:

$$\varepsilon \cdot \mu = \frac{1}{c^2} \quad \text{onde } c \text{ é a velocidade da luz no vácuo.}$$

Se a unidade SI de ε é $\text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{C}^2$, então, a unidade SI de μ é

- a) $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{C}^{-2}$
- b) $\text{N} \cdot \text{A}^2$
- c) $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{C}^{-2} \cdot \text{s}$
- d) $\text{kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$
- e) $\text{N}^{-1} \cdot \text{C}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

$$\varepsilon \times \mu = \frac{1}{c^2} \rightarrow \left[\frac{\text{C}^2}{\text{N} \times \text{m}^2} \right] \times [\mu] = \left[\frac{1}{\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \right]$$

$$[\mu] = \left[\left(\frac{\text{s}}{\text{m}}\right)^2 \right] \div \left[\frac{\text{C}^2}{\text{N} \times \text{m}^2} \right] = \frac{\text{s}^2}{\text{m}^2} \times \frac{\text{N} \times \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

$$[\mu] = \text{N} \times \frac{\text{s}^2}{\text{C}^2}$$

$$F = m \times a \rightarrow [\text{N}] = [\text{kg}] \times \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$[\mu] = \text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}^2}{\text{C}^2}$$

$$[\mu] = \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{C}^2} = \text{kg} \times \text{m} \times \text{C}^{-2}$$

Em 20 de maio de 2019, as unidades de base do Sistema Internacional de Unidades (SI) passaram a ser definidas a partir de valores exatos de algumas constantes físicas. Entre elas, está a constante de Planck h , que relaciona a energia E de um fóton (*quantum* de radiação eletromagnética) com a sua frequência f na forma $E = hf$.

A unidade da constante de Planck em termos das unidades de base do SI (quilograma, metro e segundo) é:

- a) $\text{kg m}^2/\text{s}$
- b) $\text{kg s}/\text{m}^2$
- c) $\text{m}^2 \text{s}/\text{kg}$
- d) $\text{kg s}/\text{m}$
- e) $\text{kg m}^2/\text{s}^3$

$$E = h \times f \rightarrow [J] = [h] \times \left[\frac{1}{s} \right]$$

$$[h] = [J] \div \left[\frac{1}{s} \right] = J \times s$$

$$\tau = F \times d \rightarrow [J] = [kg] \times \left[\frac{m}{s^2} \right] \times [m]$$

$$[J] = \frac{kg \times m^2}{s^2}$$

$$[h] = \frac{kg \times m^2}{s^2} \times s \rightarrow [h] = \frac{kg \times m^2}{s}$$